Spécial Rentrée MATHS

En route vers la Première … 1ère Spécialité 1ère STI2D 1ère STL

Afin d'aborder au mieux la rentrée en Première spécialité maths ou en Première technologique scientifique, l'équipe des enseignants de mathématiques du lycée JP Vernant vous conseille fortement, **à partir du 15 août, de faire cette fiche de « révisions » en vous aidant, si besoin, de vos cours de seconde.**
Les thèmes sont à faire dans l'ordre proposé car nous commencerons en Première générale par les probas(chap1), puis le 2nde degré(chap2) et les suites : % et puissances(chap3)

Les enseignants de mathématiques
Qui vous souhaitent avant tout d'excellentes vacances !

Thème 1 : Probabilités

Exercice 1-1 : intersection, réunion — 10 min

A-
Soient A et B deux événements tels que
$P(A) = 0{,}8\,;\ P(B) = 0{,}6\ et\ P(A \cap B) = 0{,}5$.

1. Calculer $P(\bar{A})$.
2. Calculer $P(A \cup B)$.

B-
On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. On note :
- A l'événement : « La carte tirée est un cœur » ;
- B l'événement : « La carte tirée est un roi» ;
- C l'événement : « La carte tirée est noire » .

Calculer $P(A \cap B)$, $P(A \cup B), P(A \cap C)\ et\ P(A \cup C)$.

Exercice 1-2 :Tableau — 10 min

Dans une école de musique, les élèves ont la possibilité d'apprendre le piano, la guitare ou un autre instrument. Ils peuvent aussi participer à un orchestre.
La répartition dans les différents ateliers est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Piano	Guitare	Autre instrument	Total
Orchestre	20		70	
Pas orchestre		190		350
Total	150			450

1. Compléter le tableau.
2. On choisit au hasard un élève de cette école de musique.
   a) Quelle est la probabilité que cet élève apprenne la guitare ?
   b) Quelle est la probabilité que cet élève ne fasse pas partie de l'orchestre ?
   c) Quelle est la probabilité que cet élève joue du piano dans l'orchestre ?

Exercice 1-3 :Arbre — 15 min

Une épreuve d'un concours est un Vrai / Faux de quatre questions. Un candidat répond au hasard aux quatre questions.

1. Représenter avec un arbre les différentes réponses possibles.
2. On suppose à présent que toutes les affirmations sont vraies. En répondant au hasard :
   a) Quelle est la probabilité de n'avoir que des bonnes réponses ?
   b) Quelle est la probabilité de n'avoir qu'une seule bonne réponse ?
   c) Quelle est la probabilité d'avoir au moins deux bonnes réponses ?
   d) Quelle est la probabilité d'avoir bien répondu à la troisième question ?

Thème 2 : Calcul numérique-Calcul littéral

Exercice 2-1 : 20 min

1. Développer puis réduire les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables : $(3x-5)^2$ $(5x-2)(5x+2)$ $(x+2)^2-(x+1)(x-5)$

2. Factoriser les expressions suivantes, lorsque c'est possible, à l'aide d'un facteur commun ou d'une identité remarquable :
   $(2x-1)^2+(x+5)(2x-1)$ $4x^2+12x+9$ x^2-25
   $x^2-8x+16$ x^2+9 $25-4x^2$
   $(x-3)^2-(5+x)^2$ x^2+5x+9

3. Résoudre les équations *(pensez à factoriser si besoin)*:
   $(x+1)(x-5)=0$ $(x-1)(2x-3)-2x(2x-3)=0$
   $3x+2+x^2=(x+4)(x-7)$

Exercice 2-2 : Stratégie en calcul littéral 15 min

Soit f la fonction définie par $f(x)=(x-7)^2-25$.

1. Développer et réduire $f(x)$
2. Factoriser $f(x)$
3. Calculer $f(-1)$
4. En utilisant la forme la mieux adaptée, résoudre $f(x)=0$

Exercice 2-3 : Calcul littéral-équations 20 min

1. Mettre au même dénominateur :
   $A=\frac{2x-1}{x+4}-5$ $B=\frac{2x-1}{x+4}-\frac{3}{x-4}$ $C=\frac{2x-1}{(x+4)^2}-\frac{3}{x+4}$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes après avoir donné la « valeur interdite »:
   $\frac{5x+3}{x}=0$ $\frac{2x-1}{x+4}=5$
3. Résoudre les équations suivantes :$(x+1)^2=-13$ $(x-3)^2=25$

Exercice 2-4 : Inéquations …tableaux de signes ou non ? 30 min

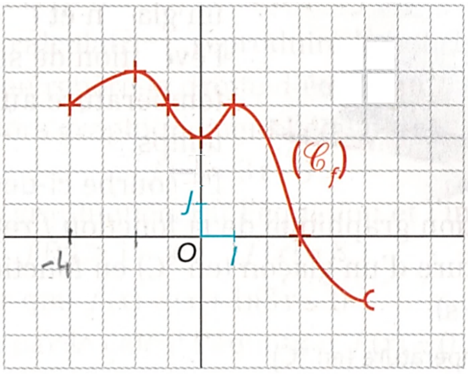
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations, après avoir donné les éventuelles « valeurs interdites »
   a) $6x+7>4x+8$ b) $(x-1)(9x+27)>0$
   c) $-7x(x+9)(2-x)\geq 0$ d) $\frac{3x+9}{x-2}\leq 0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations, après avoir donné les éventuelles « valeurs interdites »
   a) $\frac{x^2-16}{9-4x^2}\geq 0$ b) $\frac{2x+3}{x+1}\leq\frac{x+1}{2x+3}$

Thème 3 : Fonctions, variations, résolution graphiques

Exercice 3-1 : Lecture — 10 min

Partie A

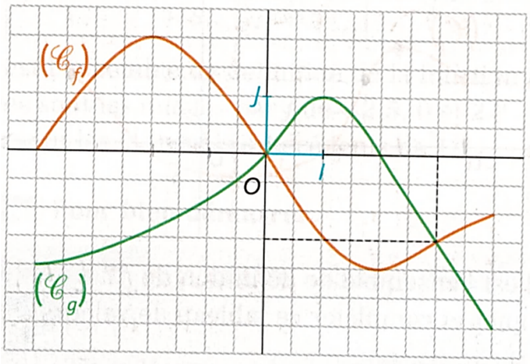
La fonction *f* est définie par la courbe ci-dessous.



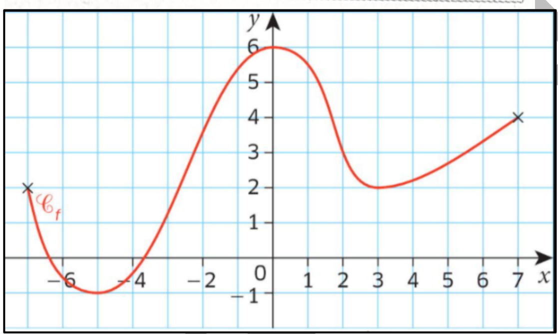
1. Résoudre l'équation $f(x) = 4$
2. Résoudre $f(x) \leq 0$
3. Résoudre $f(x) < 4$

Partie B

Les fonctions *f* et *g*, définies sur [-4 ;4] sont représentées ici



1. Quelle est l'image de 2 par la fonction *g* ?
2. Donner les éventuels antécédents de 0 par la fonction *f*
3. Résoudre $f(x) = g(x)$
4. Résoudre $f(x) \geq g(x)$



On considère la fonction définie sur l'intervalle [-7 ; 7] et représentée sur le graphique ci-contre.
Dresser son tableau de variations.

Exercice 3-2 : — 10 min

1. Soit f la fonction donnée par $f(x) = 1 + \dfrac{-5}{x+2}$
   a. Calculer les images par f des nombres réels 2, 3 et 4
   b. Peut-on calculer l'image de -2 par f ?

2. Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 3$
   a. Déterminer un antécédent de 6 par f.
   b. Déterminer un antécédent de -3 par f.
   c. Peut-on trouver un antécédent de -8?

Exercice 3-3 : 10 min

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$

par $f(x) = 5 + x + \frac{1}{x-7}$ et Cf sa courbe représentative.

1. Tracer Cf sur l'écran de la calculatrice.

2. Déterminer graphiquement :

a. l'image du nombre 2,5

b. un antécédent de 2

3. a) Déterminer à l'aide du tableur l'image de 3,1

   b) Déterminer à l'aide du tableur une valeur approchée d'un antécédent à l'unité près puis au dixième près de 7,5

Thème 4 : Pourcentages et évolutions

Exercice 4-1 : 10 min

1. a) Les prix du gaz ont augmenté de 7 % par an, pendant 6 années successives.

Quel est le pourcentage global d'augmentation ?

b) Quel est le taux d'évolution réciproque ?

2. Les prix du gaz ont augmenté de 7 % par an, pendant n années successives.

Donner le coef multiplicateur global en fonction de n.

3. Après une baisse de 15%, un pantalon coûte 124,95€ . Combien coûtait-il avant cette baisse ?

Thème 5 : Puissances

Exercice 5-1 : 20 min

1. $A = \frac{a^2 \times (a^5)^{-3}}{a^{-6}}$. Exprimer A sous la forme a^n où n est un entier

2. Simplifier $B = \frac{7 \times (10^5)^2 \times 10^{-3}}{35 \times 10^3}$ et donner le résultat sous forme d'écriture scientifique.

3. **a)** Soit $f(n) = n^2 - 3n + 4$. Exprimer $f(n+1)$ en fonction de n.

   b) Soit $g(n) = 4 + 2 \times 3^{2n+1}$. Exprimer $g(n+1)$ en fonction de n.

   c) Démontrer que $g(n+1) - g(n) = 48 \times 9^n$

Thème 6 : Géométrie repérée et vecteurs

Exercice 6-1 :

A- On considère $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(-1 ; 1)$, $B(5 ; 2)$, $C(4 ; -2)$ et $D(-2 ; -3)$.
a. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J de $[AC]$ et $[BD]$.
b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

B- On considère $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère orthonormé du plan.
Soit les points $E(-3 ; -1)$, $F(2 ; -1)$, $G(5 ; 3)$ et $H(0 ; 3)$.
a. Calculer les longueurs des côtés de EFGH.
b. En déduire la nature de EFGH.

Exercice 6-2 :

Dans un repère orthonormé on considère les points C(5 ;-1), A(2 ;0) , F(-3 ;6) et E(-9 ;8)

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{FE}$
2. Ces deux vecteurs sont-ils colinéaires ? Que peut-on en déduire ?

Exercice 6-3 :

Dans un repère orthonormé on considère les points M(2 ;1), A(4 ;5) et T(6 ;0)

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MA}$
2. Déterminer les coordonnées du point H tel que le quadrilatère MATH soit un parallélogramme. Vérifier sur une figure.

Exercice 6-4 :

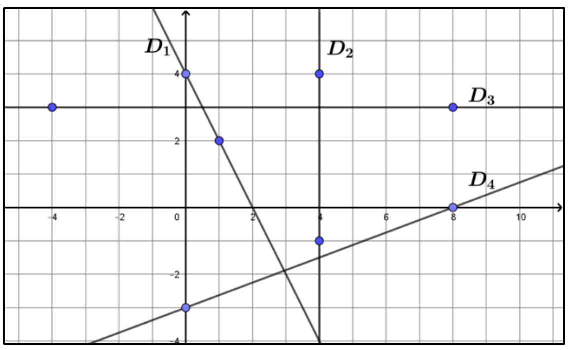
On considère $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(-2 ; 5)$, $B(1 ; 3)$, $C(-1 ; 2)$ et $D(3 ; -1)$.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Thème 7 : Equations de droites-systèmes

Exercice 7-1 :

Donner, **par lecture graphique**, une équation

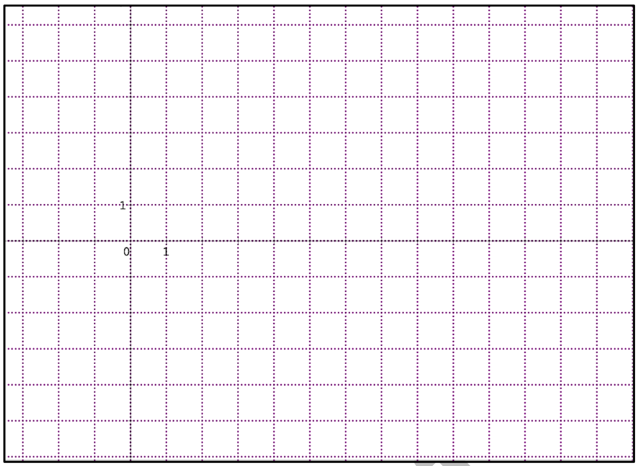
de chacune des droites ci-contre:



D_1 : D_2 :

D_3 : D_4 :

Exercice 7-2 :



Construire dans le repère ci-contre les droites

(d_1) d'équation : $y = -2x + 1$

(d_2) d'équation : $y = \frac{1}{3}x - 2$

(d_3) d'équation : $5x + 3y - 25 = 0$

Exercice 7-3 :

Soit $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan et A un point d'une droite d admettant $\vec{u}$ comme vecteur directeur.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite d.
a. $A(4 ; -2)$ et $\vec{u}(2; -7)$ b. $A(3 ; -1)$ et $\vec{u}(-3; -9)$

Exercice 7-4 :

Résoudre les systèmes : $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 5x - 4y = -24 \end{cases}$

Exercice 7-5 :

La droite (Δ) a pour équation $y = \frac{1}{5}x + 1$ et (Δ') a pour équation $y = 2x - 8$.

1. Sans faire de calcul dire si ces droites sont sécantes. Justifier.
2. Résoudre le système $\begin{cases} -x + 5y = 5 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$.
3. Etablir le lien entre ce système et les équations des droites (Δ) et (Δ').
   Que représente la solution de ce système pour (Δ) et (Δ') ? Expliquer.

CORRECTIONS

Thème 1 : Probabilités

Exercice 1-1 :

A-

1. On a $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.
2. On a $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$$= 0,8 + 0,6 - 0,5 = 0,9$$.

B-

$A \cap B$ est l'événement « la carte tirée est le Roi de coeur » donc $P(A \cap B) = \frac{1}{52}$.
$A \cup B$ est l'événement « la carte tirée est un coeur ou un Roi » (ce qui représente $13 + 3 = 16$ cartes) donc $P(A \cup B) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$.
$A \cap C$ est l'événement « la carte tirée est un coeur noir » (c'est un événement impossible) donc $P(A \cap C) = 0$.

- $A \cup C$ est l'événement « la carte tirée est un coeur ou un une carte noire » (ce qui représente $13 + 26 = 39$ cartes) donc $P(A \cup C) = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$.

Exercice 1-2 :

1.

	Piano	Guitare	Autre instrument	TOTAL
Orchestre	20	**10**	70	**100**
Pas orchestre	**130**	190	**30**	350
TOTAL	150	**200**	**100**	450

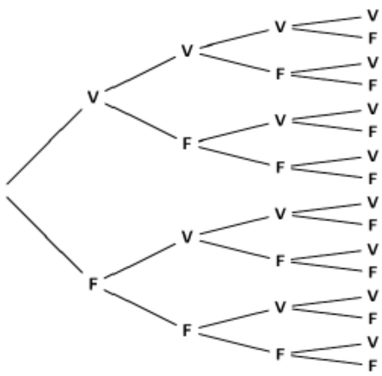
2.

a. La probabilité que cet élève apprenne la guitare est $\frac{200}{450} = \frac{4}{9}$.

a. La probabilité que cet élève ne fasse pas partie de l'orchestre est $\frac{350}{450} = \frac{7}{9}$.

b. La probabilité que cet élève joue du piano dans l'orchestre est $\frac{20}{450} = \frac{2}{45}$.

Exercice 1-3 :



1. Il y a $2^4 = 16$ chemins possibles.
2.
   a. La probabilité de n'avoir que des bonnes réponses est $\frac{1}{16}$.
   b. La probabilité de n'avoir qu'une seule bonne réponse est $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.
   c. La probabilité d'avoir au moins 2 bonnes réponses est $\frac{11}{16}$.
   d. La probabilité d'avoir bien répondu à la troisième question est $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.
   Ce résultat n'est pas étonnant puisqu'à chaque question, la probabilité de répondre correctement à la suivante est $\frac{1}{2}$, indépendamment des réponses précédentes.

Thème 2 : Calcul numérique-Calcul littéral

Exercice 2-1 :

1. Développer puis réduire les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :
$(3x-5)^2 = (3x)^2 - 2\times 3x\times 5 + 25 = 9x^2 - 30x + 25$ Identité remarquable (a-b)²=a²-2ab+b²
$(5x-2)(5x+2) = (5x)^2 - 2^2 = 25x^2 - 4$ Identité remarquable (a-b)(a+b)=a²-b²

$(x+2)^2 - (x+1)(x-5) = x^2 + 4x + 4 - [x^2 - 5x + 1x - 5] = x^2 + 4x + 4 - [x^2 - 4x - 5]$
$= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 5 = 8x + 9$

2. Factoriser les expressions suivantes lorsque c'est possible :
$$(2x-1)^2 + (x+5)(2x-1) = (2x-1)(2x-1) + (x+5)(2x-1) = (2x-1)[(2x-1)+(x+5)]$$
$$= (2x-1)(2x-1+x+5) = (2x-1)(3x+4)$$
$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2\times 2x\times 3 + 3^2 = (2x+3)^2$ Identité remarquable a²+2ab+b²=(a+b)²
$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$ Identité remarquable a²-b²=(a-b)(a+b)
$x^2 - 8x + 16 = x^2 - 2\times x\times 4 + 4^2 = (x-4)^2$ identité remarquable a²-2ab+b²=(a-b)²
$x^2 + 9$ n'est pas factorisable (pas de facteur commun, pas d'identité remarquable)
$25 - 4x^2 = 5^2 - (2x)^2 = (5-2x)(5+2x)$ identité remarquable a²-b²=(a-b)(a+b)
$(x-3)^2 - (5+x)^2 = [(x-3)-(5+x)][(x-3)+(5+x)]$ identité remarquable a²-b²=(a-b)(a+b)
$$= [x-3-5-x][x-3+5+x] = -8(2x+2) = -8\times 2(x+1) = -16(x+1)$$
$x^2 + 5x + 9$ n'est pas factorisable (pas de facteur commun, pas d'identité remarquable)

3. Résoudre les équations *(pensez à factoriser si besoin)*:
$(x+1)(x-5) = 0$ c'est une équation produit nul
$\Leftrightarrow x+1 = 0 \ ou\ x-5 = 0$
$\Leftrightarrow x = -1 \ ou\ x = 5$ $\quad donc\ S = \{-1; 5\}$

$(x-1)(2x-3) - 2x(2x-3) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-3)[(x-1)-2x] = 0$ on factorise par le facteur commun $2x-3$
$\Leftrightarrow (2x-3)[x-1-2x] = 0$
$\Leftrightarrow (2x-3)\times(-x-1) = 0$ c'est une équation produit nul
$\Leftrightarrow 2x-3 = 0 \ \ ou\ \ -x-1 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 3 \ \ ou -x = 1$
$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \ \ ou\ \ x = -1$ $\quad donc\ S = \{-1; \frac{3}{2}\}$

$3x + 2 + x^2 = (x+4)(x-7)$ on ne peut pas factoriser, on développe
$\Leftrightarrow 3x + 2 + x^2 = x^2 - 7x + 4x - 28$
$\Leftrightarrow 3x + 2 + x^2 = x^2 - 3x - 28$
$\Leftrightarrow 3x + 2 = -3x - 28$
$\Leftrightarrow 3x + 3x = -28 - 2$
$\Leftrightarrow 6x = -30$
$\Leftrightarrow x = -\frac{30}{6} = -5$ $\quad donc\ S = \{-5\}$

Exercice 2-2 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = (x-7)^2 - 25$.

1. Développer et réduire $f(x)$
$$f(x) = (x-7)^2 - 25 = x^2 - 14x + 49 - 25 = x^2 - 14x + 24$$
2. Factoriser $f(x)$
$f(x) = (x-7)^2 - 5^2$ identité remarquable a²-b²=(a-b)(a+b)
$= [(x-7)-5][(x-7)+5] = (x-12)(x-2)$

3. $f(-1) = (-1)^2 - 14(-1) + 24 = 39$

4. En utilisant la forme la mieux adaptée, résoudre $f(x)$=0 La forme factorisée est la plus adaptée

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-12)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x - 12 = 0 \; ou \; x - 2 = 0 \; \Leftrightarrow x = 12 \; ou \; x = 2$$

$$\mathcal{S} = \{2; 12\}$$

Exercice 2-3 : Calcul littéral-équations

1. Mettre au même dénominateur :

$A = \frac{2x-1}{x+4} - 5$ $B = \frac{2x-1}{x+4} - \frac{3}{x-4}$ C$= \frac{2x-1}{(x+4)^2} - \frac{3}{x+4}$

$A = \frac{2x-1-5(x+4)}{x+4}$ $B = \frac{(2x-1)(x-4)-3(x+4)}{(x+4)(x-4)}$ C$= \frac{2x-1-3(x+4)}{(x+4)^2}$

$A = \frac{-3x-21}{x+4}$ $B = \frac{2x^2-12x-8}{(x+4)(x-4)}$ C$= \frac{-x-13}{(x+4)^2}$

2. Résoudre les équations suivantes après avoir donné la « valeur interdite »:

$\frac{5x+3}{x} = 0$ $\frac{2x-1}{x+4} = 5$

- $\frac{5x+3}{x} = 0$ valeur interdite : $x = 0$

Donc pour $x \neq 0$ on a : $\frac{5x+3}{x} = 0 \;\Leftrightarrow 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow 5x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5}$. Donc $\mathcal{S} = \{-\frac{3}{5}\}$

- $\frac{2x-1}{x+4} = 5$ valeur interdite : $x = -4$

Donc pour $x \neq -4$ on a : $\frac{2x-1}{x+4} = 5 \Leftrightarrow 2x - 1 = 5(x+4) \Leftrightarrow 2x - 1 = 5x + 20$
$\Leftrightarrow -1 - 20 = 5x - 2x \Leftrightarrow -21 = 3x \Leftrightarrow -\frac{21}{3} = x \Leftrightarrow x = -7$ donc $\mathcal{S} = \{-7\}$

3. Résoudre les équations suivantes : $(x+1)^2 = -13$ $(x-3)^2 = 25$

- $(x+1)^2 = -13$ n'a pas de solution car un carré ne peut pas être négatif.
- $(x-3)^2 = 25 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 5^2 = 0$ Identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$\Leftrightarrow [(x-3)-5][(x-3)+5] = 0 \Leftrightarrow (x-8)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x - 8 = 0 \; ou \; x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 8 \; ou \; x = -2$ $\mathcal{S} = \{-2; 8\}$

Exercice 2-4 :Inéquations …tableaux de signes ou non ?

a) $6x + 7 > 4x + 8 \iff 2x + 7 > 8$
$\iff 2x > 1$
$\iff x > \frac{1}{2}$.

Donc $\mathscr{S} = \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

b) Pour tout x réel, on a :
- $x - 1 = 0 \iff x = 1$;
- $9x + 27 = 0 \iff 9x = -27 \iff x = -3$.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$9x+27$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-1)(9x+27)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $\mathscr{S} =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$.

c) Pour tout x réel, on a :

- $-7x = 0 \iff x = 0$;
- $x + 9 = 0 \iff x = -9$;
- $2 - x = 0 \iff x = 2$.

x	$-\infty$		-9		0		2		$+\infty$
$-7x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+9$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$-7x(x+9)(2-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $\mathscr{S} = [-9\,;0] \cup [2\,;+\infty[$.

d) Pour tout x réel, on a :

- $3x + 9 = 0 \iff 3x = -9 \iff x = -3$;
- $x - 2 = 0 \iff x = 2$ Valeur interdite.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$3x+9$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\dfrac{3x+9}{x-2}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Donc $\mathscr{S} = [-3\,;2[$.

e) $\frac{x^2-16}{9-4x^2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-4)(x+4)}{(3-2x)(3+2x)} \geq 0$

Pour tout x réel, on a :

- $x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$
- $x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$
- $3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ Valeur interdite
- $3 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ valeur Interdite

x	-∞		-4		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$		4		+∞
$(x-4)$		-		-		-		-	0	+	
$(x+4)$		-	0	+		+		+		+	
$(3-2x)$		+		+		+	0	-		-	
$(3+2x)$		-		-	0	+		+		+	
$\dfrac{(x-4)(x+4)}{(3-2x)(3+2x)}$		-	0	+	$\Vert$	-	$\Vert$	+	0	-	

S=[-4 ;$-\frac{3}{2}$[∪]$\frac{3}{2}$; 4]

f) $\frac{2x+3}{x+1} \leq \frac{x+1}{2x+3} \quad \Leftrightarrow \frac{(2x+3)}{x+1} - \frac{x+1}{2x+3} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{(2x+3)\times(2x+3)}{(x+1)(2x+3)} - \frac{(x+1)\times(x+1)}{(2x+3)(x+1)} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(2x+3)^2-(x+1)^2}{(x+1)(2x+3)} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{(2x+3+x+1)(2x+3-x-1)}{(x+1)(2x+3)} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{(3x+4)(x+2)}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$

Pour tout x réel, on a :

- $3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$
- $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$
- $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ Valeur interdite
- $2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ valeur Interdite

x	-∞		-2		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{4}{3}$		-1		+∞
$(3x+4)$		-		-		-	0	+		+	
$(x+2)$		-	0	+		+		+		+	
$(x+1)$		-		-		-		-	0	+	
$(2x+3)$		-		-	0	+		+		+	
$\dfrac{(3x+4)(x+2)}{(x+1)(2x+3)}$		+	0	-	0	+	$\Vert$	-	$\Vert$	+	

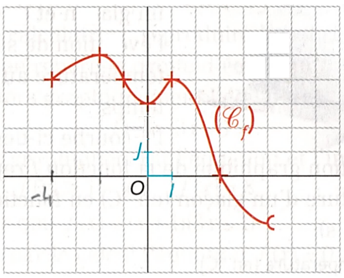
S=[-2 ;$-\frac{3}{2}$] ∪]$-\frac{4}{3}$;-1[

Thème 3 : Fonctions, variations, résolution graphiques

Exercice 3-1 :

Partie A

La fonction f est définie par la courbe ci-dessous.



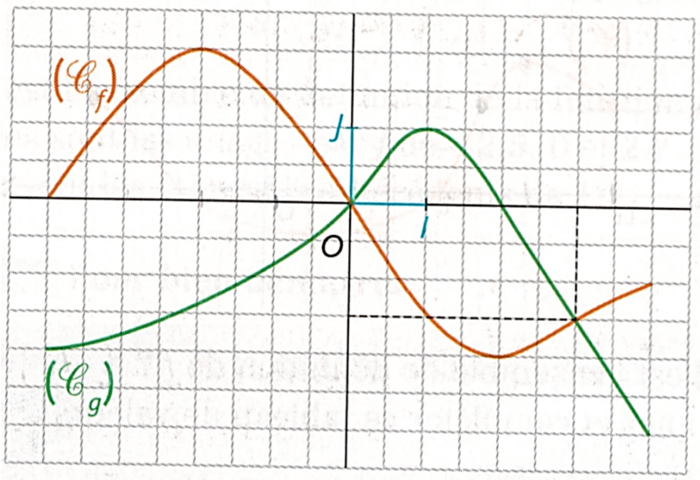
1. Résoudre l'équation $f(x)$=4
   ***S*= {-4 ;-1 ;1}**

2. Résoudre $f(x)$≤0
   ***S*= [3 ;5[**

3. Résoudre $f(x)$<4
   ***S*=]-1 ;1[∪]1 ;5[**

Partie B

Les fonctions *f* et *g*, définies sur [-4 ;4] sont représentées ci-contre.



1. Quelle est l'image de 2 par la fonction *g* ?

   ***g*(2)=0**

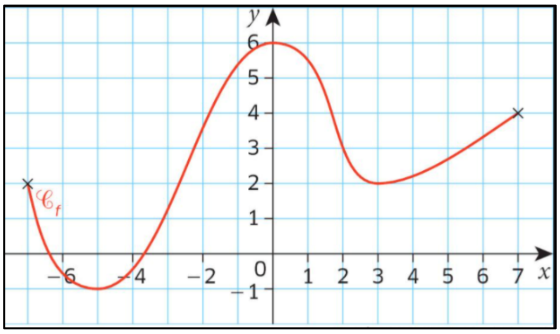
2. Donner les éventuels antécédents de 0 par la fonction *f*

   Les antécédents de 0 par *f* sont -4 et 0

3. Résoudre *f*(*x*)=*g*(*x*)

   ***S*= {0 ;3}**

4. Résoudre *f*(*x*)≥*g*(*x*) ***S*= [-4 ;0]∪[3 ;4]**



On considère la fonction définie sur l'intervalle [-7 ; 7] et représentée sur le graphique ci-contre.
Dresser son tableau de variations.

x	-6,5	-5	0	3	7
f	2	-1	6	2	4

Exercice 3-2 :

1. Soit f la fonction donnée par $f(x) = 1 + \frac{-5}{x+2}$
   a. Calculer les images par f des nombres réels 2, 3 et 4
   b. Peut-on calculer l'image de -2 par f ?

2. Soit f la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 3$
   a. Déterminer un antécédent de 6 par f.
   b. Déterminer un antécédent de -3 par f.
   c. Peut-on trouver un antécédent de -8?

1. a. $f(2) = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$ $\quad f(3) = 0 \quad f(4) = \frac{1}{6}$
   b. -2 est la valeur interdite, on ne peut pas diviser par 0..
2. a. $f(x) = 6 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 6 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3\ ou - 3$

Il y a 2 antécédents de 6 par la fonction f : 3 et -3

b. $f(x) = -3 \Leftrightarrow x^2 - 3 = -3 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Il y a 1 antécédent de -3 par la fonction f : 0

c. $f(x) = -8 \Leftrightarrow x^2 - 3 = -8 \Leftrightarrow x^2 = -5 impossible$

Il n'y a pas d'antécédents de -8 par la fonction f

Exercice 3-3 :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ par $f(x) = 5 + x + \frac{1}{x-7}$ et Cf sa courbe représentative.

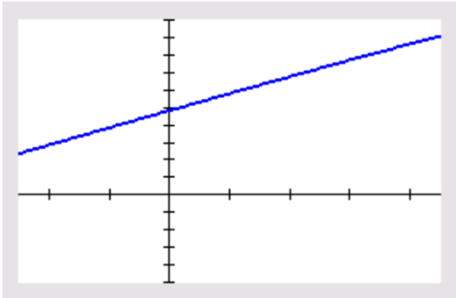
1. Tracer Cf sur l'écran de la calculatrice.
2. Déterminer graphiquement :

a. l'image du nombre 2,5

b. un antécédent de 2

3. a) Déterminer à l'aide du tableur l'image de 3,1

b) Déterminer à l'aide du tableur une valeur approchée d'un antécédent à l'unité près puis au dixième près de 7,5



2. a. $f(2{,}5) \approx 7{,}3$ $\quad$ $b. pas\ d'antécédent\ de\ 2\ \ par\ f\ sur\ [-2;4]$

3. a)

X	Y1
3.1	7.8436

b) antécédent de 7,5 environ 3 à l'unité près   antécédent de 7,5 environ 2,7 au dixième près

2	6.8
3	7.75

2.7	7.4674
2.8	7.5619

Thème 4 : Pourcentages et évolutions

Exercice 4-1 :

1. a) Les prix du gaz ont augmenté de 7 % par an, pendant 6 années successives.

Quel est le pourcentage global d'augmentation ?

Augmentation de 7 % : coef multiplicateur 1,07

Coef global : $1{,}07\times1{,}07\times1{,}07\times1{,}07\times1{,}07\times1{,}07=1{,}07^6 \approx 1{,}5$ donc taux d'évolution global : +50%

b) Quel est le taux d'évolution réciproque ?

T rec= 1/1,5 ≈0,67   0,67 -1 = - 0,33 donc taux d'évolution global : -33%

2. Les prix du gaz ont augmenté de 7 % par an, pendant n années successives.

Donner le coef multiplicateur global en fonction de n.

Coef multiplicateur global : $1{,}07\times\ldots\times1{,}07=1{,}07^n$

3. Après une baisse de 15%, un pantalon coûte 124,95€ . Combien coûtait-il avant cette baisse ?

baisse de 15 % : coef multiplicateur 0,85

P×0,85 = 124,95 donc P = 124,95/0,85=147€   Le pantalon coûtait 147€ avant la baisse de 15%

Thème 5 : Puissances

Exercice 5-1 :

1. $A = \frac{a^2 \times (a^5)^{-3}}{a^{-6}}$. Exprimer A sous la forme a^n où n est un entier $A = a^{2-15-(-6)} = a^{-7}$
2. Simplifier $B = \frac{7 \times (10^5)^2 \times 10^{-3}}{35 \times 10^3}$ et donner le résultat sous forme d'écriture scientifique.
   $B = \frac{\cancel{7} \times 10^{10-3-3}}{\cancel{7} \times 5} = 0{,}2 \times 10^4 = 2 \times 10^3$
3. **a)** Soit $f(n) = n^2 - 3n + 4$. Exprimer $f(n+1)$ en fonction de n.
   $f(n+1) = (n+1)^2 - 3(n+1) + 4 = n^2 + 2n + 1 - 3n - 3 + 4 = n^2 - n + 2$
   b) Soit $g(n) = 4 + 2 \times 3^{2n+1}$. Exprimer $g(n+1)$ en fonction de n.
   $g(n+1) = 4 + 2 \times 3^{2(n+1)+1} = 4 + 2 \times 3^{2n+3}$
   c) Démontrer que $g(n+1) - g(n) = 48 \times 9^n$

$$\begin{aligned} g(n+1) - g(n) &= 4 + 2 \times 3^{2n+3} - (4 + 2 \times 3^{2n+1}) \\ &= 4 + 2 \times 3^{2n+1} \times 3^2 - 4 - 2 \times 3^{2n+1} \times 1 \\ &= 2 \times 3^{2n+1}(9-1) \\ &= 16 \times 3^{2n+1} \\ &= 16 \times (3^2)^n \times 3 \\ &= 48 \times 9^n \end{aligned}$$

Thème 6 : Géométrie repérée et vecteurs

Exercice 6-1 A: On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(-1\,;1)$, $B(5\,;2)$, $C(4\,;-2)$ et $D(-2\,;-3)$.
a. Calculer les coordonnées des milieux respectifs I et J de $[AC]$ et $[BD]$.
b. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

1. Rappels : le milieu d'un segment [AB] a pour coordonnées : $\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\right)$
   Le milieu de [AC] a pour coordonnées $(\frac{3}{2}\,;-\frac{1}{2})$ en effet : $\frac{x_A+x_C}{2} = \frac{3}{2}$ et $\frac{y_A+y_C}{2} = -\frac{1}{2}$
   Le milieu de [BD] a pour coordonnées $(\frac{3}{2}\,;-\frac{1}{2})$ en effet : $\frac{x_B+x_D}{2} = \frac{3}{2}$ et $\frac{y_B+y_D}{2} = -\frac{1}{2}$
2. **Rappels :** un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu est un parallélogramme.
   Les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD ont le même milieu : ABCD est donc un parallélogramme.

Exercice 6-1 B: On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère orthonormé du plan.
Soit les points $E(-3\,;-1)$, $F(2\,;-1)$, $G(5\,;3)$ et $H(0\,;3)$.
a. Calculer les longueurs des côtés de EFGH.
b. En déduire la nature de EFGH.

1. Rappels : Dans un repère orthonormé la longueur AB est donnée par : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
   $EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{(5)^2 + (0)^2} = 5$
   $GF = \sqrt{(x_F - x_G)^2 + (y_F - y_G)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
   $GH = \sqrt{(x_H - x_G)^2 + (y_H - y_G)^2} = \sqrt{(5\,-)^2 + (0)^2} = \sqrt{+25} = 5$
   $EH = \sqrt{(x_H - x_E)^2 + (y_H - y_E)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$

2. **Rappels :** un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur est un losange.
   Les quatre côtés du quadrilatère EFGH ont la même longueur : c'est donc un losange remarque : pour démontrer que cette figure est ou non un carré (non attendu ici) il suffirait de savoir si les deux diagonales ont la même longueur ou non …..

Exercice 6-2 :

Dans un repère orthonormé on considère les points C(5 ;-1), A(2 ;0) , F(-3 ;6) et E(-9 ;8)

1. **Rappels :** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

   Calcul des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{FE}$: $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{FE}\begin{pmatrix} x_E - x_F \\ y_E - y_F \end{pmatrix}$ Donc : $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FE}\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. **Rappels : deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{u}'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont dits colinéaires si et seulement si il existe un rapport k tel que $\vec{u}' = k \times \vec{u}$, ou bien si et seulement si $\det(\vec{u};\vec{u}') = 0$ (rappel $\det(\vec{u};\vec{u}') = x \times y' - y \times x'$)**

   Méthode 1 :

   On constate d'après leurs coordonnées que : $\overrightarrow{FE} = 2 \times \overrightarrow{CA}$ donc les deux vecteurs sont bien colinéaires (ils ont la même direction)

   Méthode 2 :

   $\det(\overrightarrow{CA}\,;\overrightarrow{FE}) = -3 \times 2 - 1 \times (-6) = -6 + 6 = 0$

   Donc les deux vecteurs sont bien colinéaires (ils ont la même direction)

   Conclusion : les droites (CA) et (FE) sont parallèles

Exercice 6-3 :

Dans un repère orthonormé on considère les points M(2 ;1), A(4 ;5) et T(6 ;0)

1. **Rappels :** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

   Calcul des coordonnées de $\overrightarrow{MA}$: $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} x_A - x_M \\ y_A - y_M \end{pmatrix}$ Donc : $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

2. On cherche le point $H(x_H\,;y_H)$

   Rappel : Le quadrilatère MATH est un parallélogramme si et seulement si : $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{HT}$.

   Or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HT}\begin{pmatrix} 6 - x_H \\ 0 - y_H \end{pmatrix}$

   Donc comme $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{HT}$ par égalité des coordonnées :

   $6 - x_H = 2$ *et* $0 - y_H = 4$

   $x_H = 4$ *et* $y_H = -4$ Ainsi $H(4\,;\,-4)$

Exercice 6-4 :

On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan.
Soit les points $A(-2\,;5)$, $B(1\,;3)$, $C(-1\,;2)$ et $D(3\,;-1)$.
Démontrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Rappels : deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Calcul des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$

Donc : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

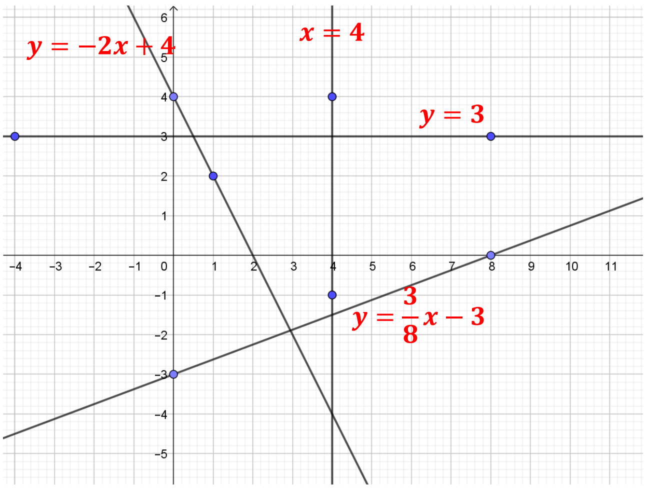
On cherche à savoir si les deux vecteurs sont colinéaires ou non :

$\det(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CD}) = 3 \times -3 - (-2) \times (4) = -9 + 8 = -1 \neq 0$

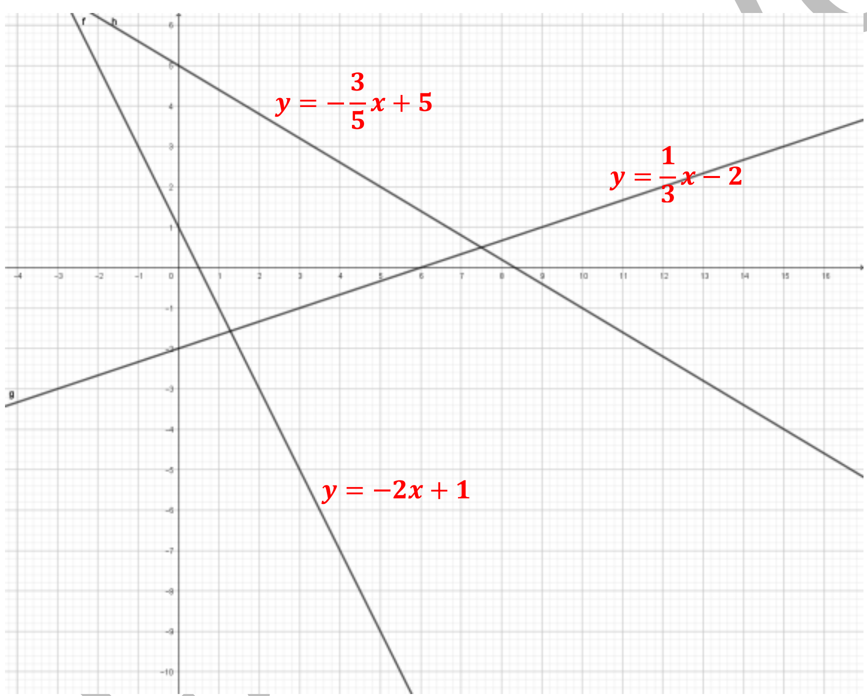
Les deux vecteurs ne sont pas colinéaires donc les deux droites ne sont pas parallèles.

Exercice 7-1 :

Rappel : pour déterminer l'équation d'une droite on lit graphiquement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine lorsque la droite coupe l'axe des ordonnées.



Exercice 7-2 :



Exercice 7-3 :

Soit (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$) un repère du plan et A un point d'une droite d admettant $\vec{u}$ comme vecteur directeur.
Dans chaque cas, déterminer une équation de la droite d.
a. $A(4\,;-2)$ et $\vec{u}(2;-7)$ b. $A(3\,;-1)$ et $\vec{u}(-3;-9)$

a)Rappels : une droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ *admet une équation cartésienne de la forme* $ax+by+c=0$

$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-7\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d
On obtient une équation du type $ax+by+c=0$ *avec* $a=-7$ *et* $b=-2$
Soit : $-7x-2y+c=0$

Le point A appartient à la droite d donc ses coordonnées vérifient cette équation ; en remplaçant par les coordonnées de A , cela donne c = 24 et on obtient l'équation cartésienne : $-7x-2y+24=0$

Remarque : Cette équation est équivalente à l'équation réduite $y=-\frac{7}{2}x+12.$

b)Rappels : une droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ *admet une équation cartésienne de la forme* $ax+by+c=0$

$\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\-9\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d
On obtient une équation du type $ax+by+c=0$ *avec* $a=-9$ *et* $b=+3$
Soit : $-9x+3y+c=0$

Le point A appartient à la droite d donc ses coordonnées vérifient cette équation ; en remplaçant par les coordonnées de A , cela donne c = 30 et on obtient l'équation cartésienne : $-9x+3y+30=0$

Remarque : Cette équation est équivalente à l'équation réduite $y=3x-10.$

Exercice 7-4 :

Résoudre le système : $\begin{cases}3x+y=5\\6x-4y=8\end{cases}$

Méthode au choix, il en existe 2
Ici il est aisé d'isoler une des deux inconnues (y dans la première équation ici) , nous allons donc procéder par « substitution ».

$\begin{cases}3x+y=5\\6x-4y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\6x-4(5-3x)=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\18x-20=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3x\\x=\frac{28}{18}=\frac{14}{9}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5-3\left(\frac{14}{9}\right)=\frac{1}{3}\\x=\frac{28}{18}=\frac{14}{9}\end{cases}$

S={ $\left(\frac{14}{9};\frac{1}{3}\right)$ }

Résoudre le système : $\begin{cases}2x+5y=-3\\5x-4y=-24\end{cases}$

Méthode au choix, il en existe 2
Ici il n'est pas aisé d'isoler une des deux inconnues, nous allons donc procéder par « combinaison » (addition ou soustraction des lignes).

$\begin{cases}2x+5y=-3 & (\times 5)\\5x-4y=-24 & (\times 2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}10x+25y=-15\\10x-8y=-48\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}33y=33 & \text{ligne 1} - \text{ligne 2}\\10x-8y=-48\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\10x-8\times 1=-48\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=1\\x=-4\end{cases}$

S={ $(-4;1)$ }

Exercice 7-5 :

La droite (Δ) a pour équation :$y = \frac{1}{5}x + 1$ et (Δ') a pour équation :$y = 2x - 8$.

1. Ces droites ont des coefficients directeurs différents (1/5 et 2) donc elles sont sécantes (non parallèles).
2. $\begin{cases} -x + 5y = 5 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 5 \\ 2(5y - 5) - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 5 \\ 9y - 10 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \times 2 - 5 = 5 \\ y = \frac{18}{9} = 2 \end{cases}$

   Ou autre méthode :

   $\begin{cases} -x + 5y = 5 \quad (\times 2) \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 10y = 10 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y = 18 \quad (\boldsymbol{ligne\ 1 + ligne 2}) \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$
   $\begin{cases} y = \frac{18}{9} = 2 \\ 2x - 2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{10}{2} = 5 \end{cases}$

   La solution du système est le couple (5 ;2).

3. $\begin{cases} -x + 5y = 5 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = x + 5 \\ -y = -2x + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{5}x + 1 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$ qui sont les équations des droites(Δ)et (Δ') .

   Donc la solution de ce système correspond aux coordonnées du point d'intersection de (Δ)et (Δ') .